

# La matemática: conocimiento y quehacer

Camino Cañón

Wittgenstein nos enseñó a mirar la Filosofía como una actividad y no como un sistema de proposiciones. Constituirse como sistemas de proposiciones quedaba para las ciencias. La Matemática se deja mirar con gafas bifocales. Podemos verla como sistemas bien articulados de definiciones y teoremas construyendo teorías que se desarrollan y complejizan a lo largo de los siglos. Pero podemos también acercarnos a ella y verla como actividad de unos sujetos históricos concretos que indagan en los mundos formales de unas relaciones que se nos imponen como relaciones necesarias entre elementos ideales de espacios y conjuntos también ideales.

Mirar la Matemática como sistema de proposiciones universales y necesarias ha sido lo más frecuente. Justificar ese reducto del conocimiento humano ha constituido uno de los puntos de encuentro entre posiciones filosóficas, por lo demás distantes entre sí. Los argumentos utilizados para fundamentar esta creencia dependen en cada caso de la posición epistemológica previamente adoptada. Los filósofos que se han ocupado de mirar la Matemática como una actividad, lo han hecho, a mi entender, desde dos ópticas diferentes. Por un lado, están aquellos que la contemplan como un quehacer idealizado, buscando un refrendo a su posición epistemológica. Pienso aquí en Kant y en J. S. Mill, por ejemplo. Una óptica muy distinta es la que han elegido autores contemporáneos como Lakatos, Wilder, Kline, etc. La actividad matemática que contemplan estos autores es el quehacer de sujetos históricos concretos. No interesa tanto buscar y justificar los perfiles ideales del conocimiento cuanto las fisuras y las contingencias que aparecen en su construcción. En estas páginas vamos a detenernos especialmente en la tercera aproximación. Las dos anteriores las esbozaremos brevemente.

*La Matemática vista como sistema de proposiciones*

Desde que Euclides escribió los *Elementos*, la Geometría se convirtió en modelo de articulación del conocimiento racional. Por otra parte, la creencia pitagórica vertida por Platón en el *Timeo* hace que la Matemática aparezca como el acceso de nuestro conocimiento al modelo eterno y necesario del que el mundo físico no es sino una copia. Este conocimiento del modelo se articula en proposiciones formuladas en un lenguaje especial: el lenguaje de los números y el de la geometría. Las proposiciones de la Matemática expresan entonces las relaciones necesarias y eternas configuradoras de ese modelo. Los grandes creadores de la ciencia moderna estuvieron enraizados en esta creencia, que expresaron de muchas maneras por medio de una metáfora común: el Libro de la Naturaleza está escrito en caracteres geométricos.

La concepción general de la Matemática estaba para los filósofos anteriores a Kant, muy ligada en su fundamento a la Lógica. La idea existente era que tanto los juicios lógicos como los matemáticos formaban un dominio propio de objetos con necesidad absoluta y validez apodíctica. Los juicios de la Matemática eran considerados como juicios analíticos. Hume y Leibniz pueden ser considerados dos exponentes claros de esta línea. Consideraban sólo dos clases de juicios: los «analíticos», cuya negación es una contradicción, y los factuales o empíricos, digamos «sintéticos». La filosofía de la Matemática de Kant, mediada por su posición epistemológica, se presenta como una réplica a esta división dual proponiendo una triple clasificación de los juicios. Los juicios de la Matemática serán «sintéticos a priori». Su universalidad y necesidad quedaba salvada en el a priori, pero a diferencia de Leibniz, no eran reducibles a principios lógicos, eran construcciones de la mente humana a partir de la intuición espacio-temporal.

La Lógica y la intuición son los pilares que los matemáticos del XIX, preocupados por fundamentar la Aritmética en algo distinto de la Geometría, van a utilizar. A partir del hallazgo de las geometrías no euclídeas, algunos matemáticos profesionales comienzan a orientar su trabajo intelectual hacia la búsqueda de una fundamentación de los juicios de la Aritmética, con la convicción de que los teoremas numéricos son verdades necesarias y universales. Comienza de este modo una etapa en la Filosofía de la Matemática centrada en la problemática de los fundamentos que se extiende hasta el comienzo de la segunda mitad del siglo XX. El contenido de las obras que en esta etapa llevan por título «Filosofía de la Matemática» se centra primordialmente en el estudio de la problemática de la fundamentación según las tres grandes directrices encuadradas en las escuelas logicista, formalista e intuicionista. Frege, a la cabeza del logicismo, propondrá la tesis de que toda proposición de la Aritmética es reducible a nociones lógicas. Brouwer acaudillará el movimiento intuicionista fundamentando la Aritmética en la intuición primordial del tiempo al modo kantiano. Hilbert combinará un arranque a lo kantiano para los números naturales con los procesos lógicos en un marco privilegiado: el sistema axiomá-

tico de Euclides. El formalismo es la escuela que consagrará en matemáticas la consistencia —la ausencia de contradicción— como único criterio de verdad y de existencia.

*La Matemática vista como quehacer idealizado*

Las gafas que permiten ver la Matemática como quehacer las han usado algunos para mirarlo idealizadamente. No es éste el lugar para desarrollar con extensión esta perspectiva. Lo apuntaré brevemente ejemplificando con dos posiciones tan distantes y distintas como son la de Kant y la de J. S. Mill. Me limitaré únicamente a explicitar lo que considero ser coincidencias y divergencias entre ambos en relación a la cuestión que nos ocupa<sup>1</sup>.

Comienzo señalando las coincidencias, por si alguien tuviera la sospecha de que el conjunto de puntos comunes se reduce al vacío. Me parece encontrar una coincidencia fundamental en dos puntos. En primer lugar, tanto Kant como Mill parten para su reflexión de la Matemática que ellos conocen, y que, a pesar de los sesenta años que separan la *Crítica de la Razón Pura* del *Sistema de Lógica*, es sustancialmente la misma, pues Mill parece no saber nada de los resultados que empieza a haber respecto de las geometrías no euclídeas en esos años (quizás porque se estaban haciendo en el continente). Tanto Mill como Kant desconocen el quehacer matemático como experiencia personal. En segundo lugar, está la coincidencia de que el interés por la matemática como objeto de su reflexión filosófica les nace de una misma pretensión a los dos: encontrar el lugar adecuado al conocimiento matemático dentro de la epistemología que cada uno trata de articular. La justificación del carácter universal y necesario de los axiomas y teoremas de la Matemática necesita expresarse en coherencia con todo un sistema. Dada la diferencia de posiciones entre nuestros autores, los caminos buscados para articular esa justificación difieren radicalmente. Veamos ahora en qué consiste el núcleo de la divergencia.

Entre las diferencias que pueden señalarse, hay una que considero fundamental, y de algún modo nuclear: mientras que Kant habla de una *revolución* de manera que sólo es lícito hablar de actividad matemática a lo que se hace al modo racional de Tales, y no a los cálculos empíricos realizados hasta aquel momento, Mill va a mantener una posición estrictamente continuista. El paradigma «Tales» no significa para Mill ningún salto cualitativo que haga inconmesurable el quehacer matemático griego con el sumerio o el egipcio. Dicho de otro modo, la Matemática para Mill tiene un origen empírico y a él hemos de remitirnos al preguntarnos acerca de la naturaleza del conocer matemático. La Matemática es un quehacer realizado por sujetos concretos enraizados en civilizaciones diversas. Kant, sin embargo, parte del quehacer matemático de un sujeto, Tales. Pero

---

<sup>1</sup> Un estudio más detallado sobre el tema está hecho en mi Memoria de investigación sobre Filosofía de la Matemática de 1985, Universidad Comillas (Madrid).

no parte de la narración del quehacer del viejo griego, sino de la idealización de esa tarea elaborada según sus propias gafas epistemológicas. A Kant no le interesa el quehacer de un sujeto individual concreto, le interesa el quehacer matemático del sujeto trascendental<sup>2</sup>. El paso del modo empírico de calcular al modo de hacer matemática los griegos después de Tales, lo llama Kant verdadera revolución. Es para él un salto cualitativo que introduce a la Matemática en el camino real por el que la razón discurre sin tropiezos.

En segundo lugar, Kant y Mill difieren en los puntos que eligen para centrar su discurso. Kant construye la fantasía de cómo es la actividad matemática del sujeto trascendental, y formula las condiciones de posibilidad de esa actividad de la razón. A Mill, sin embargo, le interesa la actividad del sujeto individual, pero no en sí mismo, sino únicamente en cuanto lo necesita para apoyar dos de sus objetivos: la afirmación de su psicologismo y el origen empírico de los conceptos y axiomas de la Matemática. Le importa, pues, justificar los procesos de abstracción de quienes iniciaron esa actividad racional. Si los primeros pasos se reducen a abstracciones permitidas por las conexiones cerebrales, lo demás se reduce ya al hábito forjado por el transcurso del tiempo. Su tesis continuista y su teoría sobre la formación de hábitos le permiten justificar la creencia generalizada de que la Matemática es una «ciencia exacta».

La visión de la Matemática como actividad idealizada es una manera de acercarse a la Matemática «in fieri». Pero es un acercamiento que busca primariamente la legitimación de una posición epistemológica previamente tomada. No es una aproximación a los avatares del quehacer, a sus objetivos intrínsecos, a los procesos de configuración de sus nuevos conceptos, de cada uno de sus métodos o de sus nuevos modos de representar. Es más bien una aproximación desde fuera que se presenta a sí misma como complemento necesario de la perspectiva estática que analizábamos en el apartado anterior, pero nunca se presenta a sí misma como alternativa capaz de cuestionar desde sí el viejo modo de mirar. La última parte de este artículo está dedicada a presentar algunos rasgos de estos modos de ver alternativos.

#### *La Matemática como actividad de sujetos históricos concretos*

En la reflexión filosófica acerca de la Matemática, la entrada en escena del sujeto concreto de la actividad y del contexto en que se lleva a cabo ese quehacer es muy reciente. Aunque figuras tan señeras como Henri Poincaré, el gran matemático francés del cambio de siglo, hayan hecho aportaciones valiosas en esta dirección, es I. Lakatos el que contemporáneamente ha abierto una brecha nueva en la tarea de la reflexión filosófica sobre la Matemática.

Lakatos, ese popperiano capaz de mirar el desarrollo de la ciencia con gafas kuhnianas, irrumpe en la comunidad de filósofos de la ciencia con una tesis sobre

---

<sup>2</sup> Cfr. *Crítica de la Razón Pura*. A 347/B 406.

Filosofía de la Matemática. Además de la influencia de Popper, que dirige su trabajo a partir de 1956, Lakatos está también en deuda intelectual con Polya. Este matemático había publicado en 1945 un libro de heurística matemática: *How to solve it*. Con esta obra, Polya pretende mostrar la cara oculta de la Matemática, la que queda sin mostrar cuando nos acercamos al rigor euclidiano. Pretende ofrecer «la Matemática "in statu nascendi", en el proceso de ser inventada»<sup>3</sup>. Los métodos de resolución de problemas y los procesos de búsqueda de esas soluciones se presentan por Polya de manera viva, mostrando los posibles caminos que no conducen a ninguna salida y ayudando a reconocer los modos «naturales» de avanzar en la tarea.

Fue Polya quien sugirió a Lakatos el problema concreto para elaborar su tesis doctoral bajo la dirección de Popper: la historia de la fórmula de Euler-Descartes para poliedros:

$$V + C = A + 2$$

(Caras más vértices = número de aristas más 2.)

La perspectiva teórica de la tesis es popperiana. El título de la obra, *Demostraciones y Refutaciones*<sup>4</sup>, es a las Matemáticas lo que *Conjeturas y Refutaciones*, de Popper, es a las ciencias empíricas. La Matemática no es una excepción. También ella avanza en ese zigzag de conjeturar, demostrar o creer que se demuestra y refutar en todo o en parte la demostración heredada y considerada como válida por generaciones anteriores o al menos por autores anteriores.

La tesis defendida por Lakatos en esta obra —«too witty», diría de ella Polya— consiste en poner de manifiesto el carácter falible del conocimiento matemático. Y no a la vieja usanza empirista apelando al origen de los conceptos y de las proposiciones matemáticas, sino apelando al quehacer de los matemáticos. Tampoco en matemáticas hay certezas absolutas. El conocimiento en matemáticas se desarrolla mediante la crítica afinada de unos resultados, que en algún momento fueron aceptados como teoremas por la comunidad matemática a la que perteneció su descubridor. La crítica se lleva a cabo produciendo contraejemplos, bien a alguno de los pasos de la demostración («contraejemplos locales»), bien a la demostración en su conjunto («contraejemplos globales»). En este proceso el contenido de los conceptos cambia, se enriquece, se delimita la extensión de los mismos. Es todo un proceso dinámico que introduce de lleno el quehacer matemático en la historia. La matemática no es mirada como conjunto de resultados, sino como proceso de un quehacer que incorpora las indagaciones, los resultados, las perplejidades, las conjeturas ingenuas y las conjeturas con

<sup>3</sup> Cfr. G. POLYA, *How to solve it*, Princeton, Univ. Press, 1945, vii.

<sup>4</sup> El título original de la obra: *Proofs and Refutations* queda en mi opinión mejor recogido en la expresión castellana *Demostraciones y Refutaciones* que en el título de la versión española: *Pruebas y Refutaciones*, pues técnicamente, «proof» corresponde a «demostración». (Edic. de Alianza Ed., 1978.)

pretensión de generalización que en torno a un problema se han podido producir:

«El objetivo modesto de esta obra es elaborar el punto siguiente: las matemáticas informales, cuasi-empíricas, no crecen a través de un incremento monótono de teoremas indubitablemente establecidos, sino a través de la incesante mejora de sospechas por especulación y crítica, por la lógica de demostraciones y refutaciones»<sup>5</sup>.

La aportación más significativa de Lakatos a la filosofía de la Matemática consiste en haber abierto una fisura en la creencia de que la Matemática era un conjunto de definiciones y teoremas establecidos con rigor de una vez por todas. Las posiciones dogmáticas son cuestionadas y refutadas. Las demostraciones matemáticas no son sólo ni principalmente, las cadenas de fórmulas bien formuladas de un lenguaje artificialmente construido. Las demostraciones en la perspectiva lakatosiana son conjuntos de justificaciones, representaciones, explicaciones que hacen plausible la conjetura concreta. Y la hacen de tal manera plausible que en ese estadio que puede parecer informal a los ojos deformados de un bourbakista, es aceptada por la comunidad matemática del momento, representada en el conjunto de expertos a los que se confía el juicio sancionador definitivo.

La categoría más relativizada en esta crítica es la del rigor. Los fundamentalistas nos tenían acostumbrados al rigor euclídeo, especialmente los formalistas. Las gafas kuhnianas con que el popperiano Lakatos mira la historia del quehacer matemático nos hacen ver las exigencias del rigor dependiendo del desarrollo de la matemática en cada contexto, dependiendo de las representaciones que del objeto matemático en cuestión se tenga en las comunidades matemáticas que lo crean y lo juzgan. Lakatos encuentra en la historia de la Matemática otro ejemplo de primera clase para poner de manifiesto el carácter relativo de ese rigor atribuido a los teoremas matemáticos una vez que son considerados como tal. El ejemplo lo encuentra en lo que se ha venido en llamar en la historia del Análisis «los errores de Cauchy».

La gran figura de Cauchy es conocida por sus trabajos en Análisis matemático y por su programa de búsqueda de rigor para el Análisis en el siglo XIX, según el more geométrico: rigor en las definiciones, rigor en los procesos deductivos de las demostraciones. Pero precisamente este impulsor de la búsqueda del rigor en el Análisis floreciente del siglo pasado establece unos teoremas sobre la continuidad y la convergencia de funciones en 1821, que serán «corregidos» en 1847 y en 1870<sup>6</sup>. No entramos aquí en detalles técnicos que harían difícil la lectura de

<sup>5</sup> I. LAKATOS, *Proofs and Refutations*, Cambridge Univ. Press, 1976, Introd. p. 5.

<sup>6</sup> Cfr. I. LAKATOS, «Cauchy and the Continuum: The significance of non-standard analysis for the philosophy and the history of Mathematics», en *Mathematical Science and Epistemology*, Phil. Papers II, Cambridge Univ. Press, 1978.

Hay traducción española: *Matemáticas, ciencia y epistemología*. Alianza, 1981.

estas páginas. Lakatos analiza este capítulo de la historia de la Matemática en un ensayo titulado «Cauchy y el Continuo: la significación del Análisis no-standard para la Historia y la Filosofía de la Matemática». Para Lakatos, los teoremas de Cauchy eran verdad y su demostración todo lo correcta que una demostración informal podía llegar a ser<sup>7</sup>. La explicación que encuentra para justificar esta convicción consiste en recabar dos modos diferentes de representarse el continuo. Por un lado Cauchy se inscribiría en la tradición de Leibniz, en la que además de los números reales que constituyen el continuo de Weierstrass, el continuo contiene también números infinitamente pequeños e infinitamente grandes. Por otro lado, estaría la representación que acabamos de mencionar de Weierstrass que responde a la actual representación standard del continuo. La corrección de los «errores» de Cauchy se hace desde la segunda representación. De este modo, lo que en los libros de historia de la Matemática suele contemplarse como crecimiento acumulativo: a un error de Cauchy le sucede una corrección, y por consiguiente un afinamiento conceptual por parte de la escuela Weierstrassiana, es presentado por Lakatos como un ejemplo de cómo el avance de la matemática no es lineal y depende de factores diversos que no son reducibles al rigor formal.

Extremar la crítica del rigor como categoría básica en el método matemático lleva a desplazar la cuestión de la aceptabilidad de una demostración del terreno lógico y situarlo en el terreno puramente sociológico. La validez parece sustituirse por un consenso entre los más conocedores del campo. En los ensayos que hoy se escriben apoyando esta consecuencia de la tesis de Lakatos, aparecen numerosos ejemplos de la historia de la Matemática que confirman este nuevo modo de mirar el rigor de una demostración. En un artículo reciente, De Millo, Lipton y Perlis recuerdan que el famoso problema de los cuatro colores, resuelto en 1976 con ayuda del computador, apareció en 1879 como problema resuelto por Kempe. La demostración de Kempe gozó durante unos años de la credibilidad y de la aceptación de los matemáticos de su tiempo. En 1890, Heavood descubrió un fallo en el razonamiento, y el problema hubo de esperar ochenta y seis años para encontrar solución —¡que se dice definitiva!—. Los mismos autores recuerdan que la primera colaboración entre Hardy y Littlewood fue la elaboración de un trabajo que presentaron en un encuentro de la London Mathematical Society en 1911. Nunca publicaron el trabajo, porque después de haberlo expuesto públicamente y de haber sido bien recibido por los asistentes, ellos mismos encontraron un error en la demostración<sup>8</sup>.

En la abundante literatura actual, no es infrecuente encontrar notas a pie de página en los artículos que se publican, que confirmarían la perspectiva de la

---

Una exposición no técnica de la cuestión analizada por Lakatos puede encontrarse en P. J. DAVIS-R. HERSCH, *The Mathematical Experience*. Birkhävser, Boston, 1981.

<sup>7</sup> Cfr. LAKATOS, *op. cit.* en nota 6.

<sup>8</sup> B. A. DE MILLO, R. J. LIPTON and A. J. PERLIS, «Social processes and proofs of theorems and programs», en *The Mathematical Intelligencer*, vol. III, 1, 1980, pp. 31 ss.

aceptabilidad de las demostraciones como más plausible en el quehacer matemático ordinario que la perspectiva de la validez formal de las mismas. Los autores citados anteriormente, recogen en su trabajo algunas citas significativas. Tomamos dos a título de muestra:

1. «El resultado del problema 11, contradice el resultado anunciado por Levy (1963, b). Desafortunadamente, la construcción presentada no puede ser completada.
2. »Un resultado contradictorio fue anunciado y más tarde retirado por Truss (1970)»<sup>9</sup>.

La perspectiva lakatosiana deja atrás como pseudoproblema la pregunta ¿Cómo conocemos?, para proponer «la nueva cuestión central, ¿cómo mejoramos nuestras conjeturas?»<sup>10</sup>. La superación del dogmatismo no lleva consigo la caída en un escepticismo, al menos eso es para Lakatos la posición falibilista. Su lema, «we never know, we only gess»<sup>11</sup>, puede sin embargo hacernos sospechar de que su pretensión esté bien fundamentada. Con su obra, Lakatos ha mostrado que es posible hacer una filosofía de la Matemática desde una posición epistemológica popperiana. Ha logrado ofrecer ejemplares de cómo es viable el discurso falibilista sin dejarnos sumidos en el escepticismo. Ha preferido no gastar energías en luchar dogmáticamente contra el escepticismo preguntándose por los fundamentos de la Matemática y ha elegido un camino para mostrar la dignidad de lo conjeturable. Pero la obra de Lakatos sólo es un inicio. No lleva a cabo un *programa* de reconstrucción de la filosofía de la Matemática desde la perspectiva falibilista. Dejó pendiente la tarea de aplicar a la Matemática la propuesta teórica que él mismo elaboró para la ciencia en general: que el filósofo de la ciencia (de la Matemática) puede y debe aprender de la historia de su disciplina, de su historia interna y externa a plantear las cuestiones a una nueva luz, y que en diálogo con el historiador aprenda a establecer lo mejor posible la distinción crítica entre factores internos y externos<sup>12</sup>. Y añadimos, que puede y debe sacar a la luz lo que de conocimiento se esconde tras la búsqueda de lo que ha sido conjeturado.

La crítica del rigor, la desmitificación del rigor podríamos decir ha sido acometida también por un historiador de la Matemática, Morris Kline en un libro suyo de hace pocos años: *Mathematics: the loss of certainty* (Oxford Univ. Press, 1981). La crítica de Kline se orienta por una parte a llamar la atención por los peligros que la separación de la Física puede acarrear a la Matemática, y por otra a subrayar la idea de Lakatos de la pérdida de certeza en las Matemáticas, la

<sup>9</sup> Ibid., p. 35.

<sup>10</sup> I. LAKATOS, 1978, p. 10.

<sup>11</sup> Ibid.

<sup>12</sup> Cfr. I. LAKATOS, *Historia de la Ciencia y sus reconstrucciones racionales*. Madrid, Tecnos, 1974, p. 73 de la edición de 1982.



superación y el abandono de la creencia en el rigor de las demostraciones. «Las demostraciones son ídolos, ante los que se torturan los matemáticos», afirma Kline citando a Eddington. Pero los resultados de esas cadenas de demostraciones que le parecen ídolos a Kline, le causan también asombro al seguir comprobando que la Naturaleza las sanciona como dichos adecuados sobre ella misma. Quizás por eso mismo los resultados de la Matemática emancipada de la Física, le asusten a Kline: ya no se admira ante el rigor-perdido; ni se asombra ante el modelo de la Naturaleza.

Otra perspectiva desde la que mirar la cuestión del rigor una vez situados en la arena de la Matemática como quehacer de sujetos históricos concretos, la encontramos en la obra de R.L. Wilder. Los conceptos, las técnicas de demostración, los lenguajes y los teoremas y teorías matemáticas son estudiados por Wilder desde una perspectiva epistemológica evolutiva. Su propuesta concreta es contemplar la Matemática como un sistema cultural.

Lakatos trabajaba en un medio filosófico y allí cultivó la filosofía de la matemática, Wilder era un matemático profesional que interesado por el desarrollo de la antropología cultural dedicó los años de su jubilación como docente universitario e investigador a madurar una idea y a darle forma: la matemática puede ser contemplada como un sistema cultural. En su primer libro, *Evolution of mathematical concepts* (1968), escrita un año después de abandonar la Universidad, Wilder se pregunta por la «vida» de los conceptos matemáticos: ¿cómo nacen, cómo se desarrollan, cómo se adaptan? Ya en esta obra, la respuesta a estas preguntas está dada recorriendo la «vida» de los conceptos básicos de la matemática en diferentes culturas. En realidad, la segunda obra, aparecida en 1981, *Mathematics as a cultural system* es el desarrollo sistemático de algunas de las ideas que estaban apuntadas ya en su primera publicación.

La obra de Wilder está construida desde una perspectiva epistemológica evolutiva, que orienta su aproximación al desarrollo de los conceptos matemáticos. El marco teórico que le permite ensamblar unitariamente su posición epistemológica con los datos de la historia de la matemática lo toma prestado de la antropología cultural. De este modo, Wilder nos ofrece un punto de vista para mirar la matemática, una angulatura sistemáticamente trabada que nos permite encontrar en el desarrollo de la matemática las características de un sistema cultural.

Optar por el marco teórico que proporciona la antropología cultural, por sus leyes, por sus supuestos observacionales, es otro modo más de presentarnos la matemática como un producto humano sujeto a las mismas leyes que cualquier otro. Es otra manera de destronar la matemática y de bajarla a la arena común de los productos que se rigen por un sistema de leyes. La falibilidad de la matemática la explicita Wilder claramente en las primeras páginas del segundo libro que hemos citado:

«El no matemático que piensa que la matemática descansa en una base segura de "verdad", no es consciente, simplemente, de las arenas movedizas que subyacen a toda la matemática»<sup>13</sup>.

También la relatividad del rigor matemático, encuentra eco en sus páginas. Wilder se decanta no por hablar de validez de una demostración, sino simplemente de aceptabilidad de la misma; aceptabilidad que define en términos puramente sociológicos. Así una demostración de un teorema se dice aceptable, si en ella se han utilizado métodos de demostración aceptados por la comunidad matemática. Es cierto que aunque se habla en el definiens y en el definiendum de aceptabilidad, la definición no es viciosa, pues la aceptabilidad de una demostración queda remitida a la aceptabilidad de métodos y técnicas. Pero lo que sí es claro es que en último término, el criterio de decisión no existe como tal. Se remite a la autoridad de los mejores, y el último fundamento de la matemática es «la intuición cultural de la comunidad matemática»<sup>14</sup>. Si bien, Wilder reconoce que la evolución matemática va acompañada de un incremento del rigor, pues cada generación encuentra necesario justificar los supuestos ocultos, o explícitos, pero considerados como obvios por las generaciones anteriores. Pero, consecuentemente con su planteamiento, Wilder afirma sin ambages:

«Debido a su base cultural, no hay tal cosa como lo absoluto en matemáticas, solamente se da lo relativo»<sup>15</sup>.

Wilder da cumplida cuenta desde su perspectiva de tres puntos importantes, por ser constantes en la historia de la matemática: la aparición de nuevos conceptos y su proceso de adaptación, los descubrimientos múltiples y, el eterno problema de la adecuación de la matemática a la naturaleza. Respecto de este último, Wilder desmitifica la cuestión y afirma que no hay ningún motivo de asombro, el origen cultural común de la matemática y de las ciencias naturales da cumplida explicación del fenómeno; explicación que queda reforzada por el hecho de que durante muchos siglos, los cultivadores de la matemática eran al tiempo cultivadores de la ciencia natural.

Vamos ahora, brevemente a exponer el modo cómo Wilder da cuenta del nacimiento de nuevos conceptos, de su proceso de adaptación, y consiguientemente de cómo se lleva a cabo el proceso de selección. Wilder emplea la expresión «stress conceptual», (y también la de «stress simbólico») para designar la situación que se produce al confrontarse la comunidad matemática con algunas ideas (símbolos) que por determinadas razones resultan inadmisibles

---

<sup>13</sup> R. I. WILDER, *Mathematics as a Cultural System*, Oxford-N.Y., Pergamon Press, 1981, página 11.

<sup>14</sup> *Ibid.*, p. 147.

<sup>15</sup> *Ibid.*, p. 148.

en el contexto en que aparecen. ¿Cómo surgen esos nuevos conceptos? ¿de dónde vienen? Escuchemos directamente la respuesta de Wilder:

«Responder 'de la mente de los matemáticos individuales', sería a la vez verdadero y falso; verdadero en el sentido en que las culturas operan a través de sus gentes, pero falso en cuanto que la acumulación que se lleva a cabo en el individuo de los conceptos previamente inventada deriva de su cultura, y es eso lo que motiva su propio pensamiento»<sup>16</sup>.

De este modo introduce Wilder el quehacer matemático de la persona individual en su propio contexto cultural y hace responsable a éste de las ideas que pueden aparecer en la mente de aquél. Es éste un planteamiento característico de los sociólogos del conocimiento, si bien no aparece ningún autor relevante de esta disciplina en la bibliografía ofrecida por Wilder. El término que nuestro autor acuña para expresar este vector de fuerza que ejerce la cultura en la que uno se encuentra inmerso en las mentes individuales, es el de «stress hereditario». Sin embargo, Wilder reconoce que además de los factores presentes, en este factor hereditario, hay otros factores de carácter psicológico que pueden influir decisivamente en la mente de un individuo. En concreto nombra y subraya el factor de competición: los premios juegan un importante papel en el alumbramiento de nuevos conceptos, nuevos resultados y nuevas técnicas.

La adaptación de los nuevos conceptos a cada cultura, así como su consolidación o su rechazo selectivo, dependen de los demás vectores que caractericen la cultura concreta donde ese nuevo concepto ha aparecido. Pero a menudo, la consolidación de los nuevos conceptos o símbolos introducidos mediante un proceso de stress conceptual está dependiendo de lo fructíferos que sean. Y la fecundidad considerada no sólo en el área matemática en que apareció ese nuevo concepto o símbolo, sino en otras áreas, bien para enriquecerlas, bien para formar una simbiosis que origine a su vez nuevos campos o conceptos.

El fenómeno, tan frecuente en matemáticas, de los descubrimientos múltiples, queda perfectamente explicado en el interior de esta teoría: en el proceso evolutivo maduran en diversos lugares las mismas ideas. El stress hereditario se produce en un determinado contexto cultural, pero actúa sobre todos los individuos que pertenecen a él, por eso, pueden muy bien ser varios quienes lleguen a encontrar el mismo resultado, aunque como suele acontecer esté revestido por ropajes diferentes, según los individuos que lo hayan encontrado.

Pero si el fenómeno de los descubrimientos múltiples cae de lleno en un esquema evolutivo, no sucede lo mismo con otro fenómeno muy frecuente en la historia de la matemática: el de los individuos que se adelantan a su tiempo. Aquí no parece que el stress hereditario actúe de manera conclusiva. Wilder llama a

---

<sup>16</sup> Ibid., p. 66.

estos individuos, «singularidades en la evolución de la matemática», y cita a Mendel, Bolzano y Desargues, como personas que se adelantaron a su tiempo<sup>17</sup>. El trabajo de estos individuos aparece en un contexto cultural que no está lo suficientemente maduro como para ser asimilado. Pero sin embargo, una vez producido, actuará de germen y volverá a reaparecer en el momento en que otros individuos hayan recibido una herencia que les permita concebir esas ideas.

### Conclusión

Terminamos estas páginas con unas afirmaciones a modo de síntesis crítica de lo expuesto.

1. El discurso de la Filosofía de la Matemática en este momento participa de las características propias del discurso de la Filosofía de la Ciencia en general. Las reconstrucciones racionales de la historia de la Matemática como programa de investigación lakatosiano y la aproximación a la Matemática desde la perspectiva del quehacer son las dos líneas fundamentales de avance de esta nueva etapa de la reflexión filosófica. El riesgo de aplicar a la Matemática los modelos de reflexión filosófica adecuados para las ciencias empíricas consiste a mi entender en ocultar la especificidad del quehacer matemático: creación de la mente vertida en un lenguaje que se atreve a domeñar el infinito y que por eso mismo tiene que revisarse una y otra vez.

2. El discurso propio de la actual Filosofía de la Matemática ha abandonado las preguntas por los fundamentos. La preocupación por fundamentar, por garantizar el carácter universal y necesario de las proposiciones matemáticas ha sido abandonada al menos como cuestión central. Ha dado paso a la pregunta sobre cómo hacemos plausibles y aceptables nuestros teoremas. Pero el desplazamiento de la pregunta por los fundamentos no puede ni debe, a mi entender, eliminar la pregunta por la naturaleza del conocimiento matemático.

3. Los criterios de autoridad y otros de carácter sociológico son hoy tan decisivos para la aceptación de nuevos resultados como lo fueron en otros momentos de la historia en que la comunidad matemática era muy reducida y la producción podía ser controlada más fácilmente. Hoy la Filosofía de la Matemática la hacen los mismos matemáticos, que leen la historia de la Matemática en esta clave de aceptabilidad de los nuevos resultados.

3.1. La crítica del rigor que va aneja a esa posición sociologista, paga, a mi entender, excesivo tributo a un escepticismo solapado. Necesita, pienso, ser complementada por el estudio de los programas de búsqueda de rigor tanto en definiciones como en técnicas de demostración. *El rigor es más un imperativo del quehacer* que una propiedad de los sistemas formales construidos.

---

<sup>17</sup> Ibid., cfr. pp. 105 ss.

4. La creencia pitagórica «todo es número» que ha sido motor de creatividad en toda la historia de la Matemática, sigue siendo hoy creencia comunmente compartida que impulsa la investigación hacia nuevos campos. Buscamos modelos formales tanto para conocer como para dominar y transformar la naturaleza y las propias creaciones culturales del hombre. La Matemática sigue siendo hoy el lenguaje buscado como clave para descubrir los secretos que los humanos queremos conocer.